SU ALCUNI LUOGHI DELLA FISICA D'ARISTOTELE

I LIMITI DELL'ANALISI INTELLETTUALISTICA
NELLA CONOSCENZA

NOTA

DEL SOCIO

FILIPPO MASCI

NAPOLI
PREM. STABIL. TIP. F. SANGIOVANNI & FIGLIO
Vico Salata ai Ventaglieri, 37
1912

Estratto dal Vol. XLII (parte prima) degli *Atti*
della R. Accademia di Scienze Morali e Politiche di Napoli.

Della Filosofia greca si può dire con verità, che anticipò, in modo più o meno chiaro e completo, quasi tutte le direzioni principali del pensiero filosofico; per modo che non ci è forma, o atteggiamento essenziale di questo, che non si trovi almeno in germe in essa. L'affermazione è anche più vera del primo periodo, che fu di una mirabile produttività e spontaneità, se anche le molteplici iniziative di pensiero non furono tutte egualmente disciplinate e composte. Il risultato ultimo di questa scarsa disciplina nella produttività esuberante fu la Sofistica. Fu in questo primo periodo che si pronunziarono con grande rilievo quelli che si potrebbero dire due punti di vista fondamentali ed opposti del pensiero speculativo, e pei non infrequenti ritorni storici dall'uno all'altro, due fasi del medesimo, la fase eleatica e l'eraclitea. L'una affermante che tutto è e niente diviene, l'altra che tutto diviene e niente è. Si sa che l'acuto dialettico della scuola eleatica fu il figliuolo di Teleutagora, Zenone, il giovane amico e discepolo di Parmenide, fiorito verso la metà del V secolo a. C. Fedele agl' insegnamenti del maestro, egli volle dare forma di rigorosa dimostrazione ai principii della scuola, i quali erano due fondamentali, l'unità dell'essere, e la negazione del divenire.

Le famose prove zenoniane sono simmetriche, quattro contro la moltiplicità dell' essere, quattro contro la realtà del movimento, che è la forma sensibile del divenire. In questa breve nota mi propongo di intrattenermi intorno a queste ultime; noi le conosciamo principalmente per l' esposizione e per la critica che Aristotele ne fa nel 6° e nell' 8° libro della Φυσική Ἀκρόασις. Delle prove contro la moltiplicità, la prima sostiene che se l'ente fosse moltiplice dovrebbe essere insieme infinitamente grande e infinitamente piccolo; la seconda che le sue parti dovrebbero essere in numero finito e infinito. Ambedue poggiano sul concetto della divisione all'infinito, che è anche il fondamento delle prove contro il movimento. Nè la terza e la quarta ne hanno uno diverso; perchè quella degli spazii di numero infinito si fonda sul procedimento correlativo ed opposto della divisione, la moltiplicazione all' infinito. E la quarta, dal rumore che fa uno staio di frumento nel versarsi, conchiude che il rumore dovrebbe verificarsi anche per ogni singolo grano e per ogni particella infinitesima di grano, se fossero reali nella loro infinita moltiplicità. Su un ragionamento analogo il Leibniz fondò la sua teoria delle *petites perceptions*. Questa identità fondamentale di tutte le prove non è generalmente ammessa neppure rispetto alle quattro contro il movimento, che sono le più note, e la mia tesi è di provarla rispetto a queste, e di mostrare che il loro fondamento logico comune sta nell'attribuire all'analisi intellettualistica un valore conoscitivo assoluto in confronto dell' intuizione, e di ogni sintesi intuitiva. Soltanto questa opposizione *funzionale*, che dà ad una *prospettiva mentale* l'apparenza di una verità assoluta, soltanto questa elisione del ritmo della conoscenza a favore di una sua direzione unilaterale, ci può spiegare la fortuna singolare delle quattro prove nella storia della filosofia, e in quella della scienza. M'intratterò anche di qualche altra quistione, p. es.

che Aristotele si sarebbe contraddetto e confutato da sè nella sua critica, e che a taluna delle prove zenoniane avrebbe dato una forma inaccettabile. Non è raro del resto di trovarle nuovamente formulate e discusse anche in libri contemporanei, e specialmente in quelli riguardanti i fondamenti della conoscenza, e i principii più generali delle scienze, segnatamente della Geometria. E quel che è più, la sottigliezza eleatica si ritrova in fondo a qualche nuova ipotesi, ed anche a qualche nuova direzione di geometria speculativa.

Nell'ultimo decennio del secolo passato una disputa vivace si rinnovò intorno a quelle prove in Francia tra matematici, che cercarono nuovi modi di formularle, e nuove vie di mostrarne la fallacia. Escogitate con intendimento di severa ricerca, a fondamento di una dottrina rigidamente dommatica dal loro autore, furono dipoi usate come armi dalla Sofistica e dallo Scetticismo in tutte le età fino al Bayle. È diffusa la credenza che esse siano inconfutabili, e per tali furono ritenute anche da un ingegno poderoso come quello di Tommaso Brown.

Io credo che l'esposizione e la critica che ne fa Aristotele siano esatte, e che non ci sia ragione di formularle diversamente. A mio parere qualche formula recentissima è anacronistica, perchè presta a Zenone idee che non poteva avere al tempo suo, e ritorna fatalmente allo stesso errore fondamentale, la negazione del *continuo*. Che se a taluno sembrasse ozioso occuparsi ora di tali cose, giudicandole inutili quisquilie, io non mi difenderei solo adducendo l'esempio altrui, e la persistenza della disputa fino ai giorni nostri; ma facendo riflettere che l'opposizione della fase eleatica del pensiero e della fase eraclitea persiste anche nella filosofia moderna, tra Spinoza e Leibniz, tra Herbart ed Hegel. Che essa si riconnette ad una delle dispute più vivaci della filosofia degl' inizii del secolo ventesimo, quella tra l' intuizionismo e l' intellettualismo nella co-

noscenza. Se ogni sistema di filosofia, che meriti un tal nome, è un' esperienza del pensiero, un momento della sua vita, un metodo per esplorare il reale, un reagente che ne scopre un aspetto, non può essere vano ricercare la ragione che ha dato ad un sistema una grande stabilità, e gli conferisce il valore di un'istanza indeclinabile alla quale si deve rispondere.

Le prove zenoniane contro il movimento, come si sa, sono quattro, e sono note coi loro nomi o etichette, la *dicotomia*, l'*Achille*, la *freccia* e lo *stadio*.

I.

La prima prova è la seguente: Prima che un mobile giunga al termine del suo movimento, deve giungere alla metà, e prima che a questa, alla metà della metà, e così all'infinito. Ogni mobile per arrivare da un punto all' altro deve percorrere dunque un infinito numero di spazii. Ma l' infinito non si può percorrere in nessun tempo finito, dunque ogni movimento da un punto all'altro è impossibile.

La seconda prova dice, che il più veloce non può raggiungere il più lento, qualunque sia il vantaggio che questo ha su quello. Perchè prima di raggiungerlo deve raggiungere il punto da cui il più lento è partito, e così all'infinito. E, generalizzando, la prima e la seconda prova dicono, che se uno spazio non si può percorrere se non che percorrendone tutte le parti, e le parti di qualunque spazio sono in numero infinito, il movimento non è possibile.

Giova riportare testualmente la critica che Aristotele ne fa (1).

« Le divisioni del tempo e dello spazio sono le stesse; se l'uno è infinito è infinito anche l'altro,..... tanto nella grandezza

quanto nella divisione. Quindi è falso il ragionamento di Zenone, che un mobile non può percorrere infiniti punti, cioè toccare l' un dopo l' altro infiniti punti in un tempo finito. Giacchè e la grandezza e il tempo, e in generale ogni continuo si dice infinito in due sensi, in divisione e in estensione. Quelle cose che sono infinite in grandezza non possono essere percorse in un tempo finito; ma quelle che sono infinite per la divisione, possono, perchè anche il tempo è allo stesso modo infinito ».

I due primi argomenti di Zenone poggiano dunque sull' equivoco di ammettere che uno spazio finito esiga, per essere percorso, un tempo infinito, solo perchè è infinitamente divisibile, mentre la stessa cosa vale per un tempo finito. Il Leibniz, ed anche lo Stuart Mill, hanno trovato buona la soluzione aristotelica. Non così è parso al Renouvier, il quale ha creduto di trovarne la confutazione nello stesso Aristotele. Questi (2) scrive così: « La soluzione data soddisfa alla quistione fatta, non soddisfa quanto alla cosa e alla verità. Perchè se taluno, messa da parte la lunghezza, con quella interrogazione, se in un tempo finito si possa percorrere una serie infinita, muove la stessa questione pel tempo, (perchè anche il tempo ha divisioni infinite), la soluzione non è più soddisfacente ». Anche il Lechalas (3) vede in questo luogo un'autoconfutazione. Ora io non mi so capacitare del grosso errore nel quale il Renouvier è caduto, e credo che il Lechalas non abbia altra giustificazione del suo, che di averlo seguito per l'autorità grande del nome. Perchè basta leggere ciò che segue subito dopo, per convincersi, che Aristotele dice questo; che la critica fatta non è che un argomento *ad hominem*, dal quale si dee passare alla critica oggettiva.

Egli dice così (4): « Ma la verità è questa; quando si divide una linea in due metà, ci è un punto che conta per due, e

che è adoperato insieme come principio e come fine. Così fa e chi numera, e chi divide la linea a metà. Ma con questa divisione la linea non è più continua, come pure il movimento, giacchè il movimento è continuo nel continuo. Nel continuo ci sono infinite metà, non in atto, ma in potenza. Se si vogliono rendere reali, non si fa più il continuo, (del movimento), ma la quiete. Questo si verifica in maniera perspicua in chi numera le metà, perchè questi deve necessariamente numerare un punto come due, di una metà fine, dell' altra principio. Perciò a chi interroga se si possono percorrere infiniti elementi in tempo e in lunghezza si deve rispondere che si può e non si può, in atto no, in potenza sì. Chi è in movimento continuo percorre accidentalmente (κατὰ συμβεβηκὸς) infiniti elementi, non in maniera assoluta (simpliciter ἁπλῶς)».

Dunque il ragionamento aristotelico procede così: prima dice, contro Zenone, che non si può richiedere un tempo infinito per percorrere uno spazio finito, perchè alla divisione infinita dello spazio corrisponde la divisione infinita del tempo. E poi segue facendo rilevare, che la divisione infinita è solo potenziale, perchè la natura del continuo la esclude. Se si potesse realizzarla per lo spazio, lo spazio non sarebbe più spazio; e così il tempo non sarebbe più tempo, e il movimento non sarebbe più movimento ma quiete. Aristotele adopera le espressioni, δύναμις, ἐνθελεκέια; κατὰ συμβεβηκὸς, ἁπλῶς; i soli primi termini di queste coppie di espressioni convengono alla divisione infinita del continuo. Quindi per Aristotele essa è un puro fantasma dell'immaginazione, che solo il continuo realizza, ma non la realizza che superandola; un accidente puramente imaginario. Questo concetto risulta dal valore che hanno in Aristotele le espressioni citate, specialmente allorchè le usa in opposizione l' una dell' altra. E sebbene la parola συμβεβηκὸς sia da lui adoperata anche nel senso di predicato, di attributo

necessario, che può essere elemento o conseguenza della definizione, egli aggiunge in tal caso un'espressione determinativa, come τὰ συμβεβηκότα ταῖς οὐσίαις, ovvero τὰ κατ' ἀυτὰ συμβεβηκότα. Il συμβεβηκὸς come opposto all' ἁπλῶς, è ciò che è contrapposto all'essenza ed esiste solo κατὰ τὴν φαντασίαν; gli accidenti in tal senso sono φαινόμενα, e sono usati piuttosto nell'interesse della disputa eristica (διαλεκικῶς εἴρηνται), che per la verità (πρὸς τὴν ἀλήθειαν).

Il Lechalas, che non ammette nè la divisione all'infinito, nè il continuo, perchè li crede contraddittorii, e sostituisce ad essi l'imagine grossolana e non meno contraddittoria di atomi estesi e indivisibili, crede di convincere di falso la critica aristotelica desunta dall'idea del continuo, facendo notare, che un punto il quale percorra un segmento di retta o un arco di cerchio, opera in atto la divisione infinita, perchè viene a trovarsi successivamente a coincidere con gl' infiniti punti onde il segmento e l'arco risultano (5). Ma che venga a coincidere con gl' infiniti punti è vero solo se si ammette che essi sono una semplice veduta mentale, non una realtà. Spàzio, tempo, movimento sono egualmente divisibili all' infinito in potenza non in realtà, e si corrispondono esattamente nella moltiplicità potenziale e nell'unità reale, nell'analisi mentale, e nella sintesi intuitiva. Se si ammettono i punti infiniti potenziali del primo, bisogna ammettere i momenti infiniti potenziali dei due altri. Ma mentre la continuità è reale, perchè data dall'intuizione, che sola apprende questi suoi oggetti nella loro realtà specifica, la divisione non è che un'astrazione posteriore, una postuma veduta mentale. Perciò se si dice che il movimento opera la divisione infinita *in atto*, si dice male; il vero è che il continuo è per sè stesso la divisione infinita superata, perchè esso è reale, e la divisione infinita è imaginaria. Aristotele non dice altra cosa quando sostiene che il

continuo esclude la realtà della divisione infinita perchè la supera. Aristotele dice: λέγω δὲ συνεχὲς τὸ διαιρετὸν εἰς ἀεὶ διαιρετά, dico continuo quello che è divisibile in sempre divisibili. E ancora, « ogni grandezza è divisibile in grandezze, perchè non è possibile che il continuo sia formato da indivisibili » (6).

II.

Il secondo argomento poggia, come abbiamo detto, sullo stesso principio della divisibilità infinita, e deve essere considerato come una diversa maniera di presentare lo stesso ragionamento. Tale è il parere di Aristotele, il quale dice così (7): « Questo argomento è lo stesso di quello della dicotomia; differisce soltanto perchè la grandezza presa a considerare non è sottoposta alla divisione per due... ma il risultato è lo stesso in ambedue, perchè non si perviene mai al fine se in un modo o nell'altro si opera la divisione ». E scherzosamente dice: « in questo ragionamento si aggiunge solo tragicamente (τετραγωδημένον) che il velocissimo non raggiunge mai il tardissimo ».

Invece il Noël (8), crede che l'argomento della dicotomia mirerebbe a provare che il movimento non è possibile perchè non può cominciare; e che quello dell'Achille tenderebbe a provare che un movimento universale ed eterno non può esserci, perchè non si raggiungerebbe mai un termine qualsiasi; ma io non vedo nessuna ragione di siffatta distinzione. Se è dimostrato che un movimento non può esistere perchè non può percorrere nessuno spazio, è dimostrato anche, che non può esserci neppure un movimento eterno. Se il movimento implica contraddizione, ogni specie di movimento è impossibile. Aristotele fa dunque bene, quando applica la stessa confutazione, cioè quella dedotta dall'idea del continuo.

Tutta la dimostrazione aristotelica gira sul pernio della realtà intuitiva del continuo, che l'analisi intellettualistica distrugge. È notevole per questo rispetto l'osservazione che ripete più volte, che chi divide una linea è costretto di duplicare lo stesso punto indivisibile, tante volte quante sono le metà divise, perchè esso non è altra cosa che il *limite* delle metà divise. E' quello stesso che i matematici francesi esprimono quando dicono che il punto è una *coupure*, che non è cioè il residuo della divisione. Secondo il concetto aristotelico, esso non può essere considerato come il *residuo* della divisione, perchè non ha nessuna realtà per sè diversa da quella di essere limite. Reale è soltanto il continuo, e non è lecito di risolvere il reale nell'irreale. Ma non basta; e qui il ragionamento aristotelico diventa di un'ammirabile penetrazione, che sorprnde non sia stata rilevata. Convince di contraddizione la divisione infinita, perchè lo stesso residuo indivisibile di questa deve essere diviso, se deve essere termine di due metà divise. E se si ricusa di dividerlo, lo stesso punto dovendo funzionare come limite di due segmenti, il continuo è ristabilito.

Nondimeno questa prova è parsa insolubile a filosofi come l'Herbart e l'Hegel, il primo dei quali ha aderito alla negazione eleatica del movimento, mentre il secondo, rifiutandola, ha negato il valore assoluto del principio di contraddizione, e come il Jerofante di Eleusi, ha insegnato che la contraddizione è in fondo a tutte le cose. Dopo di loro il Trendelenburg ha seguito limitatamente l'Hegel, e invece il Teichmüller, aderendo alla negazione eleatica, ha cercato di spiegare come si produca la rappresentazione del movimento. Si sa che non percepiamo nè i movimenti troppo lenti, nè i troppo celeri, non vediamo crescere il filo d'erba, nè girare l'indice di un orologio, come non vediamo il corso del proiettile o quello della luce. Ci è dunque pel soggetto una misura-limite al disotto o al

disopra della quale non ci è cangiamento di luogo apprezzabile, ed è questa condizione psicologica che farebbe apparire come movimento il cangiamento di luogo, che è il solo reale. Ma questo ragionamento prova precisamente il contrario di quello che è assunto a provare; prova cioè che solo per un'analisi finita, come è quella che è possibile alla sensibilità, il movimento si risolve in una serie di immobilità. Inoltre è facile vedere che il Teichmüller dimentica una cosa, spiegare come senza movimento sia possibile il cangiamento di luogo; e ciò anche a prescindere dall'osservazione, che della realtà del movimento fisico restano sempre le prove derivanti dai suoi effetti dinamici.

Il vero è che il movimento, come grandezza continua, non comporta una misura finita. Come la misura soggettiva fallisce, così fallisce anche la misura oggettiva materiale. La fotografia istantanea può fissare il volo dell'aquila, il batter d'ala d'un insetto, le ondate del mare in tempesta; l'analisi finita soggiace realmente alla contraddizione zenoniana, com'è formulata specialmente nella prova della freccia. Non così l'analisi infinitesimale. Perchè siccome l'infinitesimo non è nè una quantità finita, nè un punto indivisibile, così non si potrebbe mai cogliere il mobile in flagrante delitto di eterotopia. Il movimento tra due punti dello spazio infinitamente prossimi avviene sempre nell'intervallo tra due momenti infinitamente prossimi; cioè mai il mobile è in due luoghi nello stesso tempo, mai in due tempi è nello stesso luogo, ma sempre la serie dei punti e dei momenti, come grandezze infinitesime, si svolge, con perfetta corrispondenza, nella continuità del movimento. Come grandezza contiuua il movimento procede per infinitesimi, ed è infinitesimo non il movimento nullo, bensì il movimento nell'istante di nascere o di finire. Ma con la sintesi degl'infinitesimi nel movimento viene a mancare la base della con-

traddizione, cioè quel tempo finito nel quale il mobile sarebbe in due luoghi. Anche in questo il progresso dell' analisi matematica non ha fatto che confermare il punto di vista aristotelico.

Gli analisti definiscono il continuo mediante la serie dei numeri interi, dei frazionarii e degl'incommensurabili. Secondo il Kronecker e la scuola di Berlino, il continuo matematico sarebbe una costruzione dello spirito fatta mediante la scala continua di questi numeri, ed esplicata mediante il calcolo infinitesimale e i diversi ordini d' infinitesimi. E dal punto di vista degli analisti non potrebbe darsi una definizione migliore (9). Essa concorda sostanzialmente con la definizione aristotelica che il continuo è quello che è divisibile in parti *sempre* (ἀεὶ) divisibili; e può considerarsi come la forma analitica della medesima.

Ma non pare così al nostro Vivanti, il quale esamina (10) le due tesi opposte, quella che una linea sia divisibile in rette infinitesime, quella che sia divisibile in punti, e si dichiara per questa. I sostenitori della prima tesi oppongono alla seconda; due punti o sono distinti, e l'intervallo tra i due, per quanto piccolo, è una retta; o non sono distinti e coincidono. Dunque i punti non possono essere elementi delle rette. I sostenitori della seconda tesi ribattono; ma le vostre rette infinitesime sono divisibili sempre, e allora l'elemento è il punto. Il Vivanti crede che la prima tesi, accettabile dalla gnoseologia, è respinta dalla logica; e viceversa che la seconda, inaccettabile dalla gnoseologia, è accolta dalla logica. E conchiude che la Matematica tiene per la seconda, perchè le sue entità possono essere anche inconoscibili, basta che si possano definire.

Io non vedo come sia possibile, che ciò che è concepibile sia illogico, e che ciò che è logico sia inconcepibile. La logica

è la garenzia della verità della conoscenza nell'apprendimento mediato della realtà; e la concepibilità, (e reciprocamente l'inconcepibilità), è la misura comune di ambedue, del conoscibile e del logico. Quando la Matematica si appaga della pura definibilità, rinunzia alla conoscenza del reale, e al valore dei suoi teoremi per esso, e per conseguenza non li può fare intervenire nelle quistioni attinenti alla conoscenza del medesimo. La *chimera* è definibile, ma non perciò è reale. Ora il continuo è essenzialmente un dato dell'intuizione, non una costruzione dell'analisi, che la stessa analisi in senso inverso risolva. Il continuo dell'analisi è una collezione d'individui esterni l'uno all'altro, e perciò non è il continuo dell'intuizione, che è un'unità, nella quale non la parte, ma il tutto preesiste, per es. la linea al punto. Perciò nel risultato dell'analisi non ci è traccia di quell'entità intuitiva che esso è, e se l'intuizione non fosse, l'analisi sarebbe impotente a darcene l'idea. L'analisi non ha significato alcuno senza l'intuizione. Della formula, il continuo è l'unità nella moltiplicità, nella definizione analitica non resta che la moltiplicità. La rappresentazione analitica del continuo è simbolica, è un modo di risolvere il continuo, che è presupposto. Se questa risoluzione si mantiene nei limiti del *sempre divisibile*, il rapporto tra l'analisi e il reale, che è sottoposto all'analisi, sussiste. Se si assume come superata la divisione infinita, e si passa dal sempre divisibile all'indivisibile, il reale è negato, è tolta la conoscibilità, il pensiero si esercita nella pura negazione, e non può dir nulla circa la natura del reale.

La cosa apparirà anche più chiara nella disamina degli altri due argomenti zenoniani, e specialmente nella formula data dai moderni all'argomento dello *stadio*. Intanto giova considerare altre due speciose applicazioni contemporanee del sofisma eleatico. L'una è del Poincarè (11), il quale imagina uno

spazio sferico limitato, nel quale la temperatura e con la temperatura la grandezza dei corpi decresca in ragione diretta della distanza dal centro, in guisa da essere nulla alla periferia. Questo spazio, finito per noi, sembrerebbe infinito agli esseri rappresentativi in esso esistenti, perchè non raggiungerebbero la periferia se non con un numero infinito di cangiamenti infinitesimi. Anche qui, sebbene mascherata dalla parola *infinitesimi*, il fondamento della dimostrazione è la risoluzione del continuo in elementi puramente imaginarii. Soltanto, il Poincarè l'adopera in senso inverso di Zenone, cioè per mostrare che uno spazio finito può parere infinito. Si può però domandare se al postutto l'ipotesi, con tutte le sue assurdità di ordine diverso, è utile a qualche cosa. In senso inverso, l' esperienza che abbiamo del nostro spazio è sempre finita; la volta stellata è apparsa come una sfera solida, e nondimeno, contro l' esperìenza, la natura della rappresentazione ci ha condotti all' idea dello spazio infinito.

Un' altra applicazione è la Geometria *non archimedea*. Dopo la Geometria non euclidea, fondata sulla negazione dell' XI postulato di Euclide, i geometri hanno pensato di rigettare il principio di Archimede, che data una retta ed un segmento, ci è sempre un numero pel quale moltiplicato il segmento, si ha una retta maggiore della retta data. Sulla negazione di questo principio, che è il principio della continuità, si è costruita una Geometria, che il Fouillèe (12) chiama di sogno, nella quale se si prende da un punto di una retta una successione di segmenti eguali, non è possibile raggiungere un punto qualunque della retta, qualunque sia il numero dei segmenti. Come si vede il sofisma eleatico ossessiona anche oggi la mente dei geometri.

III.

L'argomento della *freccia* è questo: finchè una cosa è nel medesimo spazio, è in riposo; ma la freccia volante è in ogni momento nel medesimo spazio, dunque la freccia è in riposo in ciascun momento del suo percorso, e quindi durante tutto il suo movimento, il quale è per conseguenza apparente e non reale. Aristotele lo confuta brevemente così (13): « È tratta dal presupposto che il tempo costi di momenti. Questo non concesso, il sillogismo non regge. » Il ragionamento procede come nei due precedenti, è diviso il tempo del movimento nei suoi elementi, quel continuo che è il tempo in ciò che tempo non è, e così lo spazio percorso in ciò che non è spazio. La negazione del movimento è la conseguenza necessaria della risoluzione di ciò che è intuitivo, in ciò che non è, e non può essere intuito. Se nel tempo, in luogo di una grandezza continua, si vede una serie infinita di momenti non continui, il movimento da un luogo all'altro si cangia in un successivo stare in spazii diversi. Il nerbo della prova è sempre lo stesso, la negazione del continuo. Non vedo quindi perchè lo Zeller (14) lo ritenga per meno sofistico degli altri due. La ragione che egli adduce, che sia più strettamente coerente al punto di vista eleatico, la negazione del divenire, (concetto che è parso contraddittorio anche ad altre scuole di filosofi), non vale più per questa che per le altre prove, e ad ogni modo non possono avere valore diverso le prove che si fondano, e con eguale coerenza, sullo stesso principio di prova.

L'argomento, ritenuto dal Bayle come perentorio contro coloro che negano l'infinita divisione, (da lui trattati col maggiore disprezzo), ha dato luogo ad una confutazione diversa per parte dell'Evellin e del Lechalas (15). Questi matematici, che non ammettono il continuo, e considerano lo spazio come un

insieme di grandezze finite, dicono che l'argomento zenoniano si risolve in una definizione, nella definizione della quiete; ma che la stessa definizione può valere pel movimento se si aggiunge una circostanza, che il corpo che è in uno spazio non sia stato precedentemente nello stesso spazio.

Con questa aggiunta la definizione della quiete si cangerebbe nella definizione del movimento. Il Noël non è soddisfatto di questa trovata, ed oppone a ragione che così il movimento è definito *ab effectu*, mentre deve essere considerato come una proprietà del mobile, come un divenire, che deve essere considerato in se stesso. I due matematici non si sono accorti che la negazione del continuo dà causa vinta alla prova zenoniana, e che è affatto indifferente per essa, dopo tale negazione, che gli elementi siano degli spazii o dei punti. Nè il movimento è definito in nessun modo, come bene osserva il Noël, dal non essere stato precedentemente nello stesso luogo, perchè in questa definizione manca tutto quello che è nell'intuizione del movimento, come fatto reale. Può un punto restar sempre nello stesso luogo pur movendosi con qualsivoglia celerità, come è il caso di un punto su un cerchio, che si muova con la stessa celerità del cerchio ma in senso contrario. Nè vale dire che così si viene ad implicarsi nella quistione del movimento assoluto e del relativo, che è una quistione diversa, alla quale Zenone non pensò. Perchè il movimento nella sua essenziale intuizione non è l'essere prima in un luogo e poi nell'altro, ma nel procedere con continuità dall'uno all'altro.

IV.

Intorno all'argomento dello *stadio*, maggiori sono le difficoltà e le dispute. Si è accusata di oscurità l' esposizione aristotelica, e da ciò molti si sono creduti autorizzati a ri-

fare di proprio capo tutto il ragionamento. Simplicio fra gli antichi e Prantl fra i moderni hanno cercato di emendare nel modo migliore la lezione del testo, e di darne la più facile e più concludente interpretazione (16). A me non pare oscuro il luogo d'Aristotele, mi pare invece che presenti l'argomento sotto una forma tanto facile a confutare, che pare più un grossolano equivoco, che un argomento sottile e capzioso, conforme alla sottigliezza abituale della dialettica della scuola eleatica. Il luogo aristotelico è il seguente (17):

« Il quarto argomento è delle moli eguali che si muovono nello stadio, in senso contrario, e con pari velocità, giusta moli eguali (immobili)..... nel qual caso pare accadere, che un tempo metà sia eguale a un tempo doppio. Ma la fallacia sta in ciò, che si postula accordato, che il movimento di una serie di mobili lungo un' altra mossa di movimento eguale e contrario, e quello lungo la serie immobile siano identici per la velocità, pel tempo, per lo spazio. Ora ciò è falso. »

Insomma, secondo la legge del movimento, i mobili percorrono spazii eguali in tempi eguali, se si muovono con la stessa velocità. Ma se due grandezze si muovono l'una lungo l'altra con la stessa velocità, ma in senso contrario percorrono uno spazio doppio di quello riferito a una grandezza immobile; dunque si ha la contraddizione, che l'intero e la metà sono eguali. La falsità del ragionamento sta in ciò, che nel secondo caso le velocità si sommano, e nel primo no; e che la metà e il doppio sono due quantità diverse, la prima quella riferita a una grandezza immobile come termine di paragone, la seconda a una mobile.

Nel rimanente del capitolo Aristotele ritorna all'argomento della freccia, e generalizzando la critica, mostra che è quello stesso che si oppone all' idea del divenire, in cui si affer-

ma che l'essere e il nulla si unifichino. Ma anche nel divenire la natura del continuo esclude che in un momento indivisibile l'essere e il non essere coincidano. Perchè il momento indivisibile è puramente immaginario, e quindi nel divenire mai un opposto coincide con l'altro, accade una mescolanza non una coincidenza: « mai un'opposto è nell'altro, ma in quello che è fra i due (εν οὐδετερῳ δ'ὅλον ἀεί) (19). Proprio come nei versi danteschi,

un color bruno

Che non è nero ancora e il bianco muore.

Come si vede il punto di vista d'Aristotele è sempre lo stesso e si può esprimere in linguaggio moderno così. Le grandezze continue sono tali, che solo l'intuizione le apprende; l'analisi intellettualistica le altera, anzi le distrugge; ed è solo dall'amalgama illegittimo del prodotto intellettuale con la realtà intuitiva, che derivano le contraddizioni.

Se non che i moderni, spinti dall'equivoco, troppo facile a scoprire nell'esposizione aristotelica, si son dati libero gioco nel formulare diversamente l'argomento dello *stadio*, accrescendone la parvenza di rigore logico, ma trasformandolo in guisa che dell'argomento significato dal nome tradizionale non è rimasto che poco o nulla. La più notevole tra le formulazioni più recenti è quella del Noël (19), che dà al sofisma eleatico una grande apparenza di profondità e di rigore dimostrativo. Ma noi vedremo una cosa notevolissima, cioè che questa apparenza di verità non è raggiunta, se non ponendolo, come i precedenti, sulla base della negazione intellettualistica del continuo.

Imaginiamo, così ragiona il Noël, tre rette orizzontali, ima-

giniamole composte di tre *punti contigui*, e disposte in modo che i punti dello stesso rango si trovino sulla stessa verticale,

a	b	c
a'	b'	c'
a''	b''	c''

Supponiamo che la prima resti immobile, mentre le due altre si muovono in senso contrario, e in modo che ciascuno dei loro punti si avanzi in un istante indivisibile di un rango. In un istante un punto determinato della terza retta passerà sotto un punto unico della prima, ma necessariamente anche sotto due punti differenti della seconda. Ora siccome i due incontri sono necessariamente successivi, l' istante, indivisibile per l' ipotesi, si troverà diviso.

	a	b	c	
a'	b'	c'		
		a''	b''	c''

L'Evellin, confutando l'argomento così formulato, fa notare che tra due punti contigui non v'è spazio, e che perciò non ci è movimento dall'uno all'altro. Similmente tra due momenti contigui nel tempo non vi è tempo. Se s' imagina che ci sia si nega la contiguità, cioè si nega l'ipotesi. Ora se non ci è nè tempo, nè spazio, nè movimento, a'' non si può incrociare con b'; l'istante indivisibile non può essere diviso. Pure, se si ammette l' ipotesi non è possibile negare la conseguenza. Se si ammette che tre punti indivisibili, inestesi, non separati da nessuna estensione formino una linea; se se ne imaginano tre di queste linee, e se ne fanno muovere due nel modo indicato,

non è possibile negare che l' istante indivisibile sia diviso, e quindi che il doppio sia eguale alla metà. Non basta quindi dire che nel ragionamento è stata abbandonata l' ipotesi, bisogna valutar questa. Esaminandola si vede che due elementi spaziali sono contigui se non ci è spazio tra essi, e similmente due elementi del tempo si dicono contigui, se tra essi non ci è tempo; ma, se è così, i punti e i momenti coincidono. L' ipotesi dunque importa per se stessa la negazione del movimento. In essa si fa l' analisi mentale del continuo, la risoluzione di esso in termini intellettuali che la intuizione del continuo rifiuta. Per l' intuizione il tempo, lo spazio, il movimento sono grandezze continue; i punti e i momenti senza grandezza, e senza grandezze interposte, sono mere astrazioni, sono per l' intuizione non enti. Il punto è un limite nella linea, una *coupure*, come dicono i matematici francesi; la linea è un limite nella superficie, e la superficie è un limite nel solido. Ma nel ragionamento, per dividere l'indivisibile, lo si ripresenta come continuo e come divisibile; e si afferma che si è verificata una contraddizione, nel tempo stesso che si toglie quello in cui la contraddizione si dovrebbe verificare. Dunque non solo nella dimostrazione si abbandona l' ipotesi, come nota l' Evellin, ma l' ipotesi stessa è erronea, è fatta di pure astrazioni, che non hanno che vedere col tempo, con lo spazio, col movimento, che sono per l' intuizione delle grandezze continue. L' ipotesi e il ragionamento sono di diversa natura; la prima è puramante intellettuale, analitica, risolutiva del continuo; la dimostrazione invece si fonda sull' intuizione, e ristabilisce quello che l' ipotesi aveva distrutto. Certo per fare l'analisi del continuo, si debbono adoperare i numeri, gl' interi, i frazionari, gl' irrazionali, e ancora gl' infinitesimi di diverso ordine, che sono infinitesimi rispetto a quelli dell' ordine antecedente, e infinitamente grandi rispetto a quelli dell' ordine

susseguente; ma tutto questo procedimento non arriva all' indivisibile, per raggiungere il quale occorre passare dall' intuizione al pensiero, dal concreto all'astratto, dal continuo alla negazione del continuo. Questo passaggio è come il limite non raggiungibile del procedimento analitico, ed è ottenuto col metodo del passaggio al limite. Ma un tal metodo è legittimo se oltre il limite si ritrova la stessa realtà sussistente al di qua del limite; invece nel caso in esame oltre il limite non ci è più grandezza, e tutte le quistioni possibili intorno ad essa sono perciò stesso eliminate. E, ripetiamolo ancora una volta, il procedimento analitico, numerico, col quale ci sforziamo di rendere intelligibile il continuo, non ha senso e valore oggettivo se non perchè ci è l'intuizione che glie lo dà. Per una mente che, per ipotesi, mancasse dell'intuizione del continuo, quel procedimento analitico non riuscirebbe a dargliene la nozione, così come non si potrebbe dare l'idea del colore al nato cieco.

Dunque la forma data dal Noël al sofisma eleatico dello *stadio* mostra che esso non acquista una certa ingannevole apparenza di verità se non si maschera con lo stesso procedimento di risoluzione intellettualistica del continuo, che è il fondamento degli altri tre. Ma questa forma non si potrebbe attribuire a Zenone senza cancellare le esposizioni autentiche del suo ragionamento, e forse anche senza cadere in un anacronismo, attribuendogli delle idee che non erano del suo tempo.

V.

Riassumiamo: le prove zenoniane sono interessanti, perchè hanno la loro radice in un'applicazione illegittima dell'analisi mentale astratta ad entità concrete, che quell'analisi snatura.

Esse sono un esempio significativo dell'antagonismo che può nascere tra la intuizione e l'intelligenza. La possibilità deriva da questo, che l'organo conoscitivo ha una struttura insieme complessa e delicata, che facilmente si guasta; e il pericolo maggiore dell'uso suo sta nell'esagerazione di una delle sue funzioni fondamentali, l'analisi o la sintesi. L'Eleatismo è l'esagerazione dell'analisi intellettualistica, che conduce all'ininteligibile; l'Eraclitismo è l'esagerazione della sintesi intuitiva, la quale conduce allo stesso risultato. È la necessità d'intendere interposta tra il reale e noi, che produce il mondo frammentario della conoscenza, così come un mezzo assorbente risolve in righe separate lo spettro continuo di una sorgente luminosa. Ma la conoscenza, specie la filosofica, deve procedere dall'analisi alla sintesi, deve avere in mezzo alle tombe la potenza di Ezechiele. Deve fare come la critica letteraria ed artistica degl'ingegni superiori, che si pone dinanzi l'opera d'arte nella sua integrità, per penetrarne l'intima essenza, e coordinare intorno a questa l'analisi. Per questo potere di collocarsi nel momento generatore del fantasma, e per tal magistero, il de Sanctis riuscì a fare della critica un'opera d'arte. E così deve fare il filosofo, deve, come il cinematografo, ma per una via diversa dalla meccanica, con una lunga serie di immobilità riprodurre il movimento.

È possibile fissare il limite oltre il quale l'analisi intellettualistica non può procedere? In generale e aprioristicamente no, perchè non si può imporre un limite unico a quel procedimento di risoluzione, in cui consiste uno dei mezzi più potenti del conoscere. In se stesso quel procedimento risolutivo non è limitato. Il limite si può assegnare in un solo modo; che per ogni reale sottoposto all'analisi, questa non si spinga fino al punto di distruggere quella realtà che è indirizzata ad intendere, riducendola ad elementi, che se anche sono pensabili, non hanno nessuna

realtà. Bisogna anche avvertire, che non ogni ricostruzione analitica può essere fatta secondo il procedimento che il fondamento intuitivo dell'intelligenza dà all'intelligenza stessa. L'intelligenza che misura le cose nel tempo e nello spazio, che non vede altre relazioni che le intuitive, e non l'essenza, è un' intelligenza iniziale, che comprende bensì le relazioni, ma non l' intuizione stessa che le rende possibili. Rispetto al tempo, allo spazio, al movimento, il limite dell'analisi intellettualistica è il continuo, perchè senza di questo quelle realtà non esistono più. Il continuo è la realtà che non può essere costruita con elementi che non lo contengono. Non altrimenti di quello che fa pel movimento, e in generale pei continui intuitivi, l'analisi intellettualistica fallisce anche in altre sfere della realtà. Così essa pretende di costruire la materia con l'accostamento di atomi senza qualità, in quella forma che è più chiara per essa, l'apposizione di elementi indipendenti, dalla quale deriverebbero le qualità. Pretende di costruire l'organismo mediante i tessuti e gli elementi dei tessuti, che lo suppongono, come lo suppongono le sue diverse parti, organi e membra. Pretende di ricostruire la lingua coi suoni elementari, che non possono avere esistenza fuori della parola. Pretende di costruire il corso del pensiero mediante l'associazione psicologica, cioè mediante elementi rappresentativi. che pensa esistenti per sè, e condizionanti la coscienza, mentre sono in realtà condizionati da questa.

Ai nostri giorni si è voluto fissare la divergenza, ed attribuire uno dei procedimenti conoscitivi, l' analisi, alla conoscenza comune e a quella delle scienze particolari; e l' altro, la sintesi alla filosofia. Se ne è fatta un'antitesi tra l' intellettualismo e l' intuizionismo, rigidamente distinti, proprio il primo della conoscenza scientifica, l'altro della filosofica. Io non credo vera questa teoria formulata così generalmente; ma credo

che l'analisi si debba arrestare allorchè conduce a distruggere quella realtà, che è suo ufficio di rendere intelligibile. Tale è il caso della critica eleatica, essa discioglie le grandezze poste alla base dell' intelligibilità, e perciò si rivolge infine contro di questa. Io ho già mostrato altrove (20) che l'antitesi nella sua generalità non esiste, e perciò posso, senza pericolo di equivoco, ripetere, nel caso presente, contro l'analisi intellettualistica del continuo, quello che mi pare il Göthe dicesse della Chimica:

hat die Theile in ihrer Hand,
Fehlt leider nur das geistige Band.

NOTE.

(1) Fis. VI, 1, 233, a: αἱ γὰρ αὐταὶ διαιρέσεις ἔσονται τοῦ χρόνου καὶ τοῦ μεγέθους. καὶ εἰ ὁποτερονοῦν ἄπειρον, καὶ θάτερον, καὶ ὡς θάτερον, καὶ θάτερον, οἷον εἰ μὲν τοῖς ἐσχάτοις ἄπειρος ὁ χρόνος, καὶ τὸ μῆκος τοῖς ἐσχάτοις, εἰ δὲ τῇ διαιρέσει, τῇ διαιρέσει καὶ τὸ μῆκος, εἰ δὲ ἀμφοῖν ὁ χρόνος, ἀμφοῖν καὶ τὸ μέγεθος. διὸ καὶ ὁ Ζήνωνος λόγος ψεῦδος λαμβάνει τὸ μὴ ἐνδέχεσθαι τὰ ἄπειρα διελθεῖν ἢ ἅψασθαι τῶν ἀπείρων καθ' ἕκαστον ἐν πεπερασμένῳ χρόνῳ. διχῶς γὰρ λέγεται καὶ τὸ μῆκος καὶ ὁ χρόνος ἄπειρον, καὶ ὅλως πᾶν τὸ συνεχές, ἤτοι κατὰ διαίρεσιν ἢ τοῖς ἐσχάτοις. τῶν μὲν οὖν κατὰ ποσὸν ἀπείρων οὐκ ἐνδέχεται ἅψασθαι ἐν πεπερασμένῳ χρόνῳ, τῶν δὲ κατὰ διαίρεσιν ἐνδέχεται· καὶ γὰρ αὐτὸς ὁ χρόνος οὕτως ἄπειρος.

(2) Fis. VIII, 8, 263, a: ἀλλ'αὕτη ἡ λύσις πρὸς μὲν τὸν ἐρωτῶντα ἱκανῶς ἔχει....., πρὸς δὲ τὸ πρᾶγμα καὶ τὴν ἀλήθειαν οὐχ ἱκανῶς· ἂν γάρ τις ἀφέμενος τοῦ μήκους καὶ τοῦ ἐρωτᾶν εἰ ἐν πεπερασμένῳ χρόνῳ ἐνδέχεται ἄπειρα διεξελθεῖν, πυνθάνηται ἐπ' αὐτοῦ τοῦ χρόνου ταῦτα (ἔχει γὰρ ὁ χρόνος ἀπείρους διαιρέσεις), οὐκέτι ἱκανὴ ἔσται αὕτη ἡ λύσις.

(3) Étude sur l'espace et le temps. — Paris, Alcan, 1910, p. 264.

(4) Fis. VIII, 8, 263, a b: ἀλλὰ τὸ ἀληθὲς λεκτέον ..... ἂν γάρ τις τὴν συνεχῆ διαιρῇ εἰς δύο ἡμίση, οὗτος τῷ ἑνὶ σημείῳ ὡς δυσὶ χρῆται· ποιεῖ γὰρ αὐτὸ ἀρχὴν καὶ τελευτήν. οὕτω δὲ ποιεῖ ὅ τε ἀριθμῶν καὶ ὁ εἰς τὰ ἡμίση διαιρῶν. οὕτω δὲ διαιροῦντος οὐκ ἔσται συνεχὴς οὔθ' ἡ γραμμὴ οὔθ' ἡ κίνησις· ἡ γάρ συνεχὴς κίνησις σουνεχοῦς ἐστίν, ἐν δὲ τῷ συνεχεῖ ἔστι μὲν ἄπειρα ἡμίση, ἀλλ' οὐκ ἐντελεχείᾳ ἀλλὰ δυνάμει· ἂν δὲ ποιῇ ἐντελεχείᾳ, οὐ ποιήσει συνεχῆ, ἀλλὰ στήσει, ὅπερ ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦντος τὰ ἡμίσεα φανερόν ἐστιν ὅτι συμβαίνει· τὸ γὰρ ἓν σημεῖον ἀνάγκη αὐτῷ ἀριθμεῖν δύο· τοῦ μὲν γὰρ ἑτέρου τελευτὴ ἡμίσεος τοῦ δ' ἑτέρου ἀρχὴ ἔσται..... ὥστε λεκτέον πρὸς τὸν ἐρωτῶντα εἰ ἐνδέχεται ἄπειρα διεξελθεῖν ἢ ἐν χρόνῳ ἢ ἐν μήκει, ὅτι ἔστιν ὡς, ἔστι δ' ὡς οὔ. ἐντελεχείᾳ μέν γὰρ ὄντα οὐκ ἐνδέχεται, δυνάμει δ' ἐνδεχέται· ὁ γὰρ συνεχῶς κινούμενος κατὰ συμβεβηκὸς ἄπειρα διελήλυθεν, ἁπλῶς δ' οὔ.

(5) Op. cit. pag. 253.

(6) Fis. VI, 1, 232, a b.

(7) Fis. VI, 9, 239, b: ἔστι δὲ καὶ οὗτος ὁ αὐτὸς λόγος τῷ διχοτομεῖν, διαφέρει δ' ἐν τῷ διαιρεῖν μὴ δίχα τὸ προσλαμβανόμενον μέγεθος..... ἐν ἀμφοτέροις γὰρ συμβαίνει μὴ ἀφικνεῖσθαι πρὸς τὸ πέρας διαιρουμένου πως τοῦ μεγέθους.

(8) Revue de Metaphysique et de Morale, marzo 1893.

(9) Cfr. POINCARÉ, Science et Hypothèse, Paris, Flammarion, 1809.

(10) « La nozione dell'infinito secondo gli studii più recenti » Messina, Atti dell'Accademia peloritana, vol. XXIII, fasc. 1°.

(11) Op. cit.

(12) La Pensée et les nouvelles écoles anti-intellectualistes, Paris, Alcan, 1911.

(13) Fis. VI, 9, 239 b: συμβαίνει δὲ παρὰ τὸ λαμβάνειν τὸν χρόνον συγκεῖσθαι ἐκ τῶν νῦν· μὴ διδομένου γὰρ τούτου οὐκ ἔσται ὁ συλλογισμός.

(14) Die Philosophie der Griechen, 1°, p. 505, 3ª ediz.

(15) Op. cit. pag. 266-67.

(16) V. Zeller op. e loc. cit., p. 506.

(17) Fis. VI, 9, 239 b 240 a: τέταρτος δ' ὁ περὶ τῶν ἐν τῷ σταδίῳ κινουμένων ἐξ ἐναντίας ἴσων ὄγκον παρ' ἴσους..... ἐν ᾧ συμβαίνειν οἴεται ἴσον εἶναι χρόνον τῷ διπλασίῳ τὸν ἥμισυν. ἔστι δ' ὁ παραλογισμὸς ἐν τῷ τὸ μὲν παρὰ κινούμενον τὸ δὲ παρ' ἠρεμοῦν τὸ ἴσον μέγεθος ἀξιοῦν τῷ ἴσῳ τάχει τὸν ἴσον φέρεσθαι χρόνον. τοῦτο δ' ἐστὶ ψεῦδος.

(18) Fis. VI, 9, 240 a.

(19) Riportato in Lechalas, op. cit., pp. 269 e ss..

(20) « Scienza e Conoscenza » Conferenza pronunziata al Congresso delle Scienze in Napoli, dicembre 1910.